代號：60860
頁次：4－1

105年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

考 試 別：國家安全情報人員
等　　別：三等考試
類 科 組：電子組
科　　目：工程數學
考試時間：2 小時　　　　　　　　　　　　　　　座號：______________

※注意：可以使用電子計算器。

甲、申論題部分：（50 分）

㈠不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈡請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、某剛體 B（rigid body）以固定之角速度 $\vec{w}$ 旋轉，已知該剛體上之任一點 $P(x, y, z)$ 之瞬時速度（instant velocity）可利用公式 $\vec{v}=\vec{w}\times\vec{r}$ 求得，其中 $\vec{r}$ 為 P 點之位置向量（position vector），試求出 $\nabla\times\vec{v}$ 與 $\vec{w}$ 之關係。（15 分）

二、設矩陣 $A=\begin{bmatrix}2.5 & 0.5\\ 0.5 & 2.5\end{bmatrix}$，求：

㈠其特徵值（eigenvalues）及其特徵向量（eigenvectors）。（5 分）
㈡以㈠之解對角化此矩陣。（5 分）

三、求解 $y''-4y=-7e^{2x}+x$；$y(0)=1$，$y'(0)=3$，其中 $y'\equiv\dfrac{dy}{dx}$，$y''\equiv\dfrac{d^2y}{dx^2}$。（15 分）

四、二維隨機變數 X 與 Y 的結合機率密度函數（joint probability density function）為 $f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}\dfrac{6(x+y^2)}{5}, & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\\ 0, & otherwise\end{cases}$。試分別求出 X 與 Y 的邊際機率密度函數（marginal probability density function）$f_X(x)$ 與 $f_Y(y)$。（10 分）

乙、測驗題部分：（50 分）　　　　　　　　　　　　　　　代號：6608

㈠本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
㈡共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1　設 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，求矩陣 e^{At} 的行列式的值＝？其中 t 為實數。

(A)0　(B)1　(C)-1　(D) $e^{2t}-e^{-2t}$

2　下列何者為以兩向量 u = (-3, 4, 1)及 v = (0, -2, 6)為相鄰兩邊所圍出的平行四邊形的面積？

(A) $\sqrt{1036}$　(B) $\sqrt{1039}$　(C) $\sqrt{1046}$　(D) $\sqrt{1049}$

3　求點$(1,-4,-3)$與平面$2x-3y+6z=-1$之最短距離值為何？

(A) $3/7$　(B) 3　(C) $3/49$　(D) $5/7$

4　下列何者是矩陣$A=\begin{bmatrix}3&2&0&0\\1&2&0&0\\0&0&1&1\\0&0&-2&4\end{bmatrix}$的特徵向量？

(A) $\mathbf{e}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\0\\0\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_2=\begin{bmatrix}1\\2\\0\\0\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\-1\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_4=\begin{bmatrix}0\\0\\2\\1\end{bmatrix}$

(B) $\mathbf{e}_1=\begin{bmatrix}1\\-1\\0\\0\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_2=\begin{bmatrix}2\\1\\0\\0\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\1\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_4=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\2\end{bmatrix}$

(C) $\mathbf{e}_1=\begin{bmatrix}1\\-1\\1\\1\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_2=\begin{bmatrix}2\\1\\1\\2\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_3=\begin{bmatrix}2\\1\\1\\1\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_4=\begin{bmatrix}1\\-1\\1\\2\end{bmatrix}$

(D) $\mathbf{e}_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}$，$\mathbf{e}_4=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$

5　令$N(A)$代表矩陣A之零空間（null space）。當$A=\begin{bmatrix}1&1&2\\0&1&1\\1&3&4\end{bmatrix}$，則下列何者屬於$N(A)$？

(A) $(1,1,-1)^T$　(B) $(1,0,1)^T$　(C) $(2,1,4)^T$　(D) $(1,0,0)^T$

6　令$\sum_{n=1}^{\infty} z_n$為一複數級數（complex series），且已知$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|z_n|}=L$，則下列敘述何者錯誤？

(A)若 L<1，則此級數收斂
(B)若 L<1，則此級數絕對收斂（absolutely convergent）
(C)若 L>1，則此級數發散
(D)若 L=1 且$\lim_{n\to\infty} z_n=0$，則此級數收斂

7　有一矩陣$A=\begin{bmatrix}\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$，求$A^{99}=$？

(A) $\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$　(B) $33\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$　(C) $\left(\frac{1}{3}\right)^{99}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$　(D) $\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$

8　下列何者為 $e^{-z+i}=1-i$ 之解？其中 $i=\sqrt{-1}$ 。

(A) $z=-\ln(\sqrt{2})+i\left(1+\frac{\pi}{4}\right)$　(B) $z=\ln(\sqrt{2})+i\left(1+\frac{\pi}{4}\right)$　(C) $z=-\ln(\sqrt{2})-i\left(1+\frac{\pi}{4}\right)$　(D) $z=\ln(\sqrt{2})-i\left(1+\frac{\pi}{4}\right)$

9　令 z 與 w 為複數，下列敘述何者錯誤？

(A) $\overline{(z+w)}=\bar{z}+\bar{w}$　(B) $\overline{zw}=-zw$　(C) $|z|=|\bar{z}|$　(D) $z\bar{z}=|z|^2$

10　假設 C 為沿著逆時針方向繞圓周 $|z-i|=2$ ，試求積分 $\oint_C \frac{1}{(z^2+4)}dz$ 為何？

(A) 0　(B) $\frac{-\pi}{2}$　(C) $\frac{\pi}{2}$　(D) 2π

11　下列何者是 $y'''+y''-4y'-4y=0$ 的通解？

(A) $e^{-x}(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)$ ，其中 c_1,c_2 為常數

(B) $e^{-x}[(c_1+c_2x)\cos 2x+(c_3+c_4x)\sin 2x]$ ，其中 c_1,c_2,c_3,c_4 為常數

(C) $c_1e^{x}+c_2e^{-2x}+c_3e^{2x}$ ，其中 c_1,c_2,c_3 為常數

(D) $c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}+c_3e^{2x}$ ，其中 c_1,c_2,c_3 為常數

12　若 $f(t)$之拉氏轉換（Laplace transform）為 $L\{f(t)\}=F(s)$，下列何者錯誤？

(A) $L\{e^{at}\cos\omega t\}=\frac{s-a}{s^2+\omega^2}$

(B) $L\{t^5\}=\frac{5!}{s^6}$

(C) $L\{\frac{t}{2\beta}\sin\beta t\}=\frac{s}{(s^2+\beta^2)^2}$

(D) $L\{u(t-a)\}=\frac{e^{-as}}{s}$ ，其中 $u(t)$為單位步階函數（unit step function）

13　函數 $f(t)=(t^2+1)u(t-2)$ 之拉氏轉換（Laplace transform）為何？其中 $u(t)$為單位步階函數（unit step function）。

(A) $\left[\frac{s^2+2}{s^3}\right]e^{-2s}$　(B) $\left[\frac{(s-2)^2+2}{(s-2)^3}\right]e^{-2s}$　(C) $\left[\frac{5s^2+4s+2}{s^3}\right]e^{-2s}$　(D) $\left[\frac{s^2+2s+2}{s^3}\right]e^{-2s}$

14 下列何者是 $y'=\dfrac{y+x}{y-x}, y(0)=-2$ 的解？

(A) $y^2-2xy-x^2=4$ (B) $y^2=2x^2\ln\dfrac{1}{|x|}$ (C) $x^2+xy+y^2=4$ (D) $y^2-x^2=4$

15 $\sum_{n=2}^{\infty}\left(\dfrac{1}{n(n-1)}\right)$之收斂值為下列何者？

(A)0 (B)1 (C)-1 (D)2

16 若 $y=ax^m+bx^n$ 為 $x^2y''+4xy'-4y=0$ 之解，且 $m\neq n$，則 $m+n$ 之值為何？其中 a,b,m,n 為常數，$y'\equiv\dfrac{dy}{dx}$，$y''\equiv\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

(A)-4 (B)-3 (C)1 (D)4

17 連續隨機變數 X,Y,Z 之結合機率密度函數（joint probability density function）為

$$f_{X,Y,Z}(x,y,z)=\begin{cases}c\cdot x^2e^{-x(2+y+z)}, & \text{if } x,y,z>0\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$，c 值為何？

(A)1 (B)2 (C)4 (D)8

18 某工廠有 3 台機器 B_1, B_2, B_3 分別生產 30%、45%和 25%的產品。已知 3 台機器的產品中分別有 2%、3%和 2%的瑕疵品。假設現在任意選取一個產品，它是瑕疵品的機率為何？

(A)0.07 (B)0.0245 (C)0.0135 (D)0.021

19 假設隨機變數 X 的機率密度函數(probability density function)為 $f(x)$ 及累積分布函數(cumulative distribution function) 為 $F(x)$。已知 $F(x)=\begin{cases}1-e^{\frac{-x}{2}}, & 當 x>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，下列敘述何者錯誤？

(A) $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{\frac{-x}{2}}$，當 x >0 (B) $P(X\geq 3)=e^{\frac{-3}{2}}$ (C) $P(X<2)=1-e^{-1}$ (D) $P(X=2)=\dfrac{1}{2}e^{-1}$

20 若 $\mu(x,y)$ 為微分方程式 $y'=\dfrac{N(x,y)}{M(x,y)}$ 的積分因子（integrating factor），則 $\mu(x,y)$ 須滿足下列何種條件？

(A) $\dfrac{\partial\mu(x,y)M(x,y)}{\partial y}+\dfrac{\partial\mu(x,y)N(x,y)}{\partial x}=0$ (B) $\dfrac{\partial\mu(x,y)M(x,y)}{\partial x}+\dfrac{\partial\mu(x,y)N(x,y)}{\partial y}=0$

(C) $\dfrac{\partial\mu(x,y)M(x,y)}{\partial y}=\dfrac{\partial\mu(x,y)N(x,y)}{\partial x}$ (D) $\dfrac{\partial\mu(x,y)M(x,y)}{\partial x}=\dfrac{\partial\mu(x,y)N(x,y)}{\partial y}$

測驗式試題標準答案

考試名稱：105年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試

類科名稱：電子組(選試英文)

科目名稱：工程數學（試題代號：6608）

單選題數：20題　　單選每題配分：2.50分

複選題數：　　複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	B	A	A	B	A	D	A	A	B	C

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	D	A	C	A	B	B	B	B	D	B

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備　　註：